

单级加载下基于连续排水边界的土体一维固结理论

王俊¹ 宗梦繁¹ 梅国雄^{1,2,3} 吴文兵^{1,2,3}

1 中国地质大学工程学院,岩土钻掘与防护教育部工程研究中心

2 广西大学土木建筑工程学院,广西防灾减灾与工程安全重点实验室

3 广西大学工程防灾与结构安全教育部重点实验室

DOI:10.32629/btr.v2i5.2144

[摘要] 通过引入连续排水边界条件,本文研究了单级加载条件下的土体一维固结问题。首先,基于连续排水边界建立了单级加载条件下的土体一维固结方程。进一步,利用分离变量法、积分变换技术等方法求得了孔隙水压力和固结度的解析解,并通过与现有解析解进行对比分析验证了本文解的合理性。最后,对不同界面参数或加载过程时的土体固结性状进行了分析,结果表明:基于连续排水边界条件的土体一维固结理论的边界条件能严格满足其初始条件,并且其退化结果表明固结方程是适定的,且所得解是连续的。通过改变界面参数 b 和 c 的取值,可以得到包括基于 Terzaghi 排水边界的 Schiffman 解在内的连续解,从而弥补了 Terzaghi 排水边界只能考虑完全透水和完全不透水的两种极端情况的不足。

[关键词] 固结; 连续排水边界; 单级荷载; 固结度; 界面参数

引言

土的固结问题一直是土力学的重点问题之一,它与土力学的变形、强度以及稳定、渗透等有着非常紧密的关联。自1925年 Terzaghi 建立土体一维固结理论以来,固结方程从一维模型逐渐向三维模型以及各种流变模型发展^[1-4],初始条件也从简单的瞬时加载发展为分级加载、矩形加载、循环加载甚至随机加载^[3-6]。综上所述可以看出,现有固结理论在固结方程和初始条件优化方面取得了很大进展,但有关边界条件的进展却相对较少。然而,边界条件对固结过程中水的排出有着决定性作用。例如,将排水的砂土装在不排水的塑料袋中,然后往塑料袋中加水,无论怎样施加荷载以及延长加载时间,水都是不能排出的。常见的边界条件有 Terzaghi 边界条件(完全透水边界和完全不透水边界)^[1-5]和半透水边界条件^[2-8]。然而,上述排水边界都与时间无关,无法反映土体排水边界随着固结过程不断深入的变化情况。基于此,梅国雄等^[9]提出了与时间相关的连续排水边界,并获得了该边界条件下瞬时加载的土体一维固结问题解析解;随后,宗梦繁等^[10]对基于连续排水边界的土体固结问题进行了跟踪研究。

实际工程中,加载阶段荷载近似直线关系增长,竣工后,地基在恒定外荷载作用下固结。基于此,本文将荷载设定为单级加载,并利用连续排水边界条件,得到了土体一维固结问题解析解,基于所得解详细讨论了连续排水边界界面参数对土体一维固结特性的影响。然后,将本文解所得结果与 Schiffman^[6]基于 Terzaghi 排水边界所得结果进行了比较,验证了连续排水边界在描述土体固结过程时的合理性。

1 基本问题

地基土的厚度、渗透系数、体积压缩系数分别为 H 、 k 和 m_v ,地基顶部作用有单级荷载 $p(t)$,如图1所示,图中 p_0 表示最终加载量,对应的加载时间为 t_0 。在单级等速荷载下,荷载可表示为:

$$p(t) = \begin{cases} mt & 0 \leq t < t_0 \\ p_0 & t_0 \leq t \end{cases} \quad (1)$$

式中, $m = \frac{p_0}{t_0}$,表示加载速率,当外荷载恒定时, t_0 越小其加载速率越大。

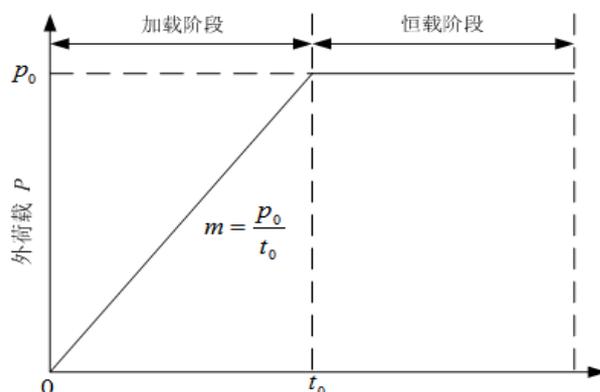


图1 荷载-时间关系

反映土体一维固结过程的普遍方程可写为如下表达式^[3]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\gamma_w m_v}{k} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} + \gamma' \frac{\partial H}{\partial t} \right) + \frac{1}{k} \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial k}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

式中, u 为土体中的超静孔隙水压力, γ_w 为水的重度, γ' 为土体浮容重, z 为竖直方向, t 为时间。

令该式中 $\sigma = p(t)$,且 k 和 H 为常量,可得变荷载作用下的一维固结方程如下:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{dp(t)}{dt} \quad (0 \leq z \leq 2h) \quad (3)$$

式中, $C_v = \frac{k}{\gamma_w m_v}$ 为土的竖向固结系数。

由于 Terzaghi 一维固结理论只有完全排水和完全不排水两种边界条件, 并且存在边界条件与初始条件矛盾的问题, 为此引入连续排水边界条件^[9]。即:

$$\begin{cases} u(0,t) = p(t)e^{-bt} \\ u(2h,t) = p(t)e^{-ct} \end{cases} \quad (4)$$

式中, b 、 c 为反映土体顶面和底面排水性状的界面参数, 其值可以通过试验模拟或工程实测反演得出。

初始条件为: $u(z,0) = p(0)$ (5)

2 土体一维固结解答

令 $u = v + \frac{(2h-z)p(t)e^{-bt}}{2h} + \frac{zp(t)e^{-ct}}{2h}$, 并将其代入固

结方程(3), 可将其齐次化为:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + f(z,t) \quad (6)$$

式中:

$$f(z,t) = \frac{bp(t)(2h-z)e^{-bt}}{2h} + \frac{cp(t)ze^{-ct}}{2h} + \left(1 - \frac{(2h-z)e^{-bt} + ze^{-ct}}{2h}\right) \frac{dp(t)}{dt} \quad (7)$$

结合单级荷载 $p(t)$ 的表达形式, $f(z,t)$ 可写为:

$$f(z,t) = \begin{cases} f_1(z,t) & 0 \leq t < t_0 \\ f_2(z,t) & t_0 \leq t \end{cases} \quad (8)$$

其中, $f_1(z,t) = \frac{m(2h-z)(bt-1)e^{-bt}}{2h} + \frac{mz(ct-1)e^{-ct}}{2h} + m$ (9)

$$f_2(z,t) = \frac{bp_0(2h-z)e^{-bt}}{2h} + \frac{cp_0ze^{-ct}}{2h} \quad (10)$$

边界条件和初始条件分别变为:

$$\begin{cases} v(0,t) = 0 \\ v(2h,t) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$v(z,0) = 0 \quad (12)$$

可设式(6)的解为:

$$v(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n(t) \sin \frac{n\pi z}{2h} \quad (13)$$

将式(13)代入式(6)得:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} v'_n(t) \sin \frac{n\pi z}{2h} + C_v \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{2h}\right)^2 v_n(t) \sin \frac{n\pi z}{2h} \\ & = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) \sin \frac{n\pi z}{2h} \end{aligned} \quad (14)$$

式中, $f_n(t)$ 可根据傅里叶级数表达如下:

$$\begin{aligned} f_n(t) &= \frac{1}{h} \int_0^{2h} f(z,t) \sin \frac{n\pi z}{2h} dz \\ &= \begin{cases} f_{n1}(t) & 0 \leq t < t_0 \\ f_{n2}(t) & t_0 \leq t \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

其中,

$$\begin{aligned} f_{n1}(t) &= \frac{2m}{n\pi} [(bt-1)e^{-bt} - (-1)^n(ct-1)e^{-ct}] \\ &+ \frac{2m}{n\pi} [1 - (-1)^n] \end{aligned} \quad (16)$$

$$f_{n2}(t) = \frac{2p_0}{n\pi} [be^{-bt} - (-1)^n ce^{-ct}] \quad (17)$$

$$v'_n(t) + C_v \left(\frac{n\pi}{2h}\right)^2 v_n(t) - f_n(t) = 0 \quad (18)$$

因此, 可得:

单级等速荷载下, $u(z,0) = p(0) = 0$, 由于 $v(z,0) = 0$, 则 $v_n(0) = 0$ 。

采用 Laplace 变换解式(18)的一阶非齐次常微分方程, 并通过 Laplace 逆变换可得:

$$v_n(t) = \int_0^t f_n(\tau) e^{-D(t-\tau)} d\tau \quad (19)$$

其中,

$$D = C_v \left(\frac{n\pi}{2h}\right)^2 \quad (20)$$

参考文献[9]提出的方法, 可得加载阶段土体中的超静孔隙水压力 u 为:

$$\begin{aligned} u &= v + \frac{(2h-z)mte^{-bt}}{2h} + \frac{zmte^{-ct}}{2h} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2m[(bt-1)e^{-bt} + e^{-Dt}]}{n\pi(D-b)} \sin \frac{n\pi z}{2h} \\ &- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2m(-1)^n[(ct-1)e^{-ct} + e^{-Dt}]}{n\pi(D-c)} \sin \frac{n\pi z}{2h} \\ &- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2mb(e^{-bt} - e^{-Dt})}{n\pi(D-b)^2} \sin \frac{n\pi z}{2h} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2mc(-1)^n(e^{-ct} - e^{-Dt})}{n\pi(D-c)^2} \sin \frac{n\pi z}{2h} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2m(1-(-1)^n)(1-e^{-Dt})}{n\pi D} \sin \frac{n\pi z}{2h} \\ &+ \frac{(2h-z)mte^{-bt}}{2h} + \frac{zmte^{-ct}}{2h} \end{aligned} \quad (21)$$

进一步, 可得恒载阶段 ($t_0 \leq t$) 土体中的超静孔隙水压力 u 为:

$$u = v + \frac{p_0(2h-z)e^{-bt}}{2h} + \frac{p_0ze^{-ct}}{2h} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2p_0be^{-bt}}{n\pi(D-b)} \sin \frac{n\pi z}{2h} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2p_0ce^{-ct}}{n\pi(D-c)} \sin \frac{n\pi z}{2h} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2p_0A_n e^{-Dt}}{n\pi} \sin \frac{n\pi z}{2h} + \frac{p_0(2h-z)e^{-bt}}{2h} + \frac{p_0ze^{-ct}}{2h} \quad (22)$$

式中:

$$A_n = \frac{-e^{(D-b)t_0} + 1}{t_0(D-b)} - \frac{(-1)^n [-e^{(D-c)t_0} + 1]}{t_0(D-c)} - \frac{b(e^{(D-b)t_0} - 1)}{t_0(D-b)^2} + \frac{c(-1)^n (e^{(D-c)t_0} - 1)}{t_0(D-c)^2} + \frac{(1-(-1)^n)(e^{Dt_0} - 1)}{t_0D} \quad (23)$$

3 解答的论证与分析

3.1 解的退化

(1) 加载阶段解的退化

当界面参数 $b, c \rightarrow \infty$ 时, 式(21)退化为:

$$u(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2m(1-(-1)^n)(1-e^{-Dt})}{n\pi D} \sin \frac{n\pi z}{2h} = \frac{16p_0}{T_{v0}\pi^3} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^3} (1-e^{-\frac{n^2\pi^2 T_v}{4} t}) \sin \frac{n\pi z}{2h} \quad (24)$$

式(24)与 Schiffman^[6]基于 Terzaghi 排水边界条件所得解答一致。

(2) 恒载阶段解的退化

当界面参数 $b, c \rightarrow \infty$ 时, 式(23)简化为:

$$A_n = \frac{(1-(-1)^n)(e^{Dt_0} - 1)}{t_0D} \quad (25)$$

进一步, 式(22)退化为:

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2p_0A_n e^{-Dt}}{n\pi} \sin \frac{n\pi z}{2h} = \frac{16p_0}{T_{v0}\pi^3} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^3} (1-e^{-\frac{n^2\pi^2 T_{v0}}{4} t_0}) e^{-\frac{n^2\pi^2 (T_v - T_{v0})}{4} t} \sin \frac{n\pi z}{2h} \quad (26)$$

式(26)与 Schiffman^[6]基于 Terzaghi 排水边界条件所得解答一致。

进一步, 笔者编制了相应的计算程序, 通过与 Schiffman 解^[6]进行对比分析来进一步验证本文解的合理性。现将连续

排水边界进行退化, 即取界面参数 b 和 c 趋向无穷小和无穷大时来分析。由文献[9]可知, 当解中的级数项大于 5 时, 本文解就能收敛, 因此后文分析中级数项均取为 5。土体为软土, 其重度为 18.1 kN/m^3 , 弹性模量为 10 MPa , 泊松比为 0.3 , 渗透系数为 $7.4 \times 10^{-3} \text{ m/d}$ 。分析结果如图 2 所示:

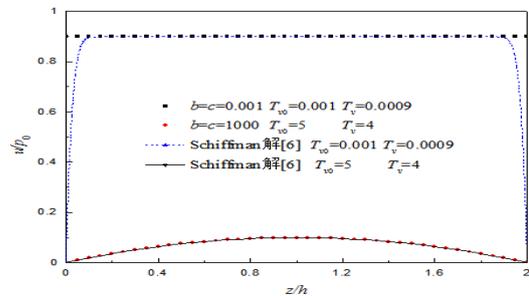


图2 本文解与 Schiffman 解的对比分析

从图 2 可以看出, 对本文方法, 当界面参数 b 和 c 的值取较小时, 且 T_v 值也取较小时, u/p_0 的值趋于 0.9 , 这是由于此时排水速度很慢且排水时间很短所导致的; 而 Schiffman^[6]基于 Terzaghi 排水边界的结果 (时间因数取很小时) 在 $z=0$ 和 $z=2h$ 处附近无法和实际情况相符; 当界面参数 b 和 c 的值取较大时, 且 T_v 值也取较大时, u/p_0 的值随着深度呈对称分布且大小趋于 0 。事实上, 这时连续排水边界退化的结果与 Schiffman^[6]基于 Terzaghi 排水边界的结果在时间因数取较大时所得出的结果是一致的。这是由于此时排水速度很快且排水时间较长导致的, u/p_0 没有变为 0 的原因是处于加载阶段, 外荷载的增加首先要由孔隙水压力承担。因此用退化的方法再次证明连续排水边界物理意义和结果的合理性。Terzaghi 排水边界条件得出的解无法退化到本文方法退化所得到的解, 其得出的曲线不平缓, 存在很大的突变, 从本质上来讲就是由于 Terzaghi 固结方程的解不具有连续性, 这是由于所给的边界条件与初始条件之间的矛盾造成的。就是说无论时间因数取多少, Terzaghi 固结方程得出的解在 $z=0$ 和 $z=2h$ 处为孔隙始终为 0 , 这与实际不符, 当时间为 0 或很小时, 上下排水面的孔压不可能完全消散。

3.2 b, c 取值对土体孔压的影响

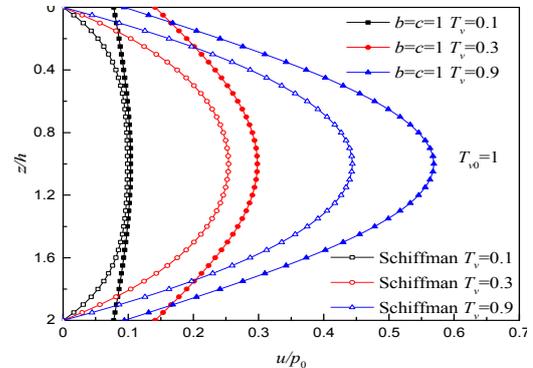


图3 加载阶段 b, c 相等时的孔压分布曲线
对于加载阶段, 当界面参数 b 和 c 相等时, 如图 3 所示, 上

下土层表现出来的透水性一样,因此得到的曲线是关于 $z=h$ 时对称的。随着时间因数的逐步变大,排水面和土体内部一样孔压逐步得到消散,而不是像 Schiffman 解^[6]那样在排水面重合于孔压零点(孔压均消散为0)。另一个现象是在排水面,孔压会先增大然后减小,这是由于开始时,排水面上孔压随着外荷载的增加而增加,之后消散的速率大于增加的速率,从而在排水面上表现出孔压先增后减的现象,这是 Terzaghi 排水边界无法反映的。

对于加载阶段,当界面参数 b 和 c 的不相等时,如取 $b=3, c=2$,由图 4 可以看出,上半层土的曲线要明显陡于下半层土,说明上顶面的排水速度要比下半层土快。因此,也可以理解为界面参数 b 或 c 的取值越大,其对应的那半层土的排水速度也就越快。用 Terzaghi 给出的单面排水边界条件计算出的结果无法很客观地推广到双面透水性不同的情形中,其得出的双面排水条件下的曲线总是关于深度 $z=h$ 处对称的,即认为上下 2 个面的透水性相同。从对图 4 的分析可以看出,引进连续排水边界的好处在于可以通过调整 b 和 c 这两个界面参数的值来近似模拟实际土层的非对称排水特性。

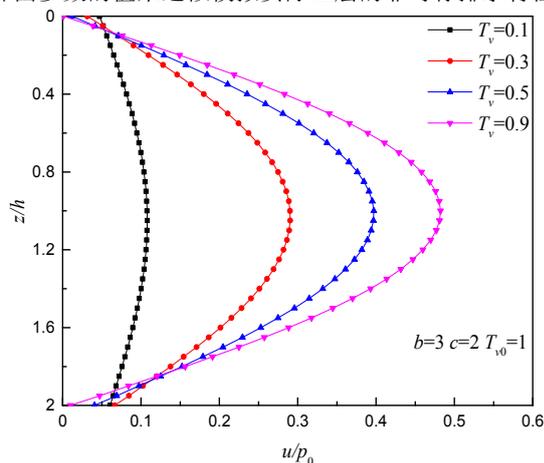


图4 加载阶段 b, c 不相等时的孔压分布曲线

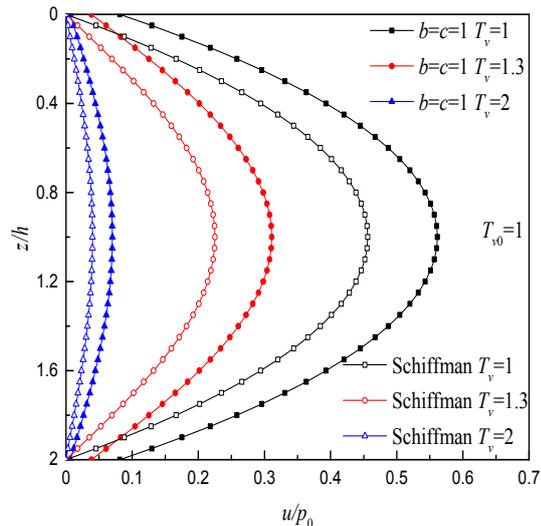


图5 恒载阶段 b, c 相等时的孔压分布曲线

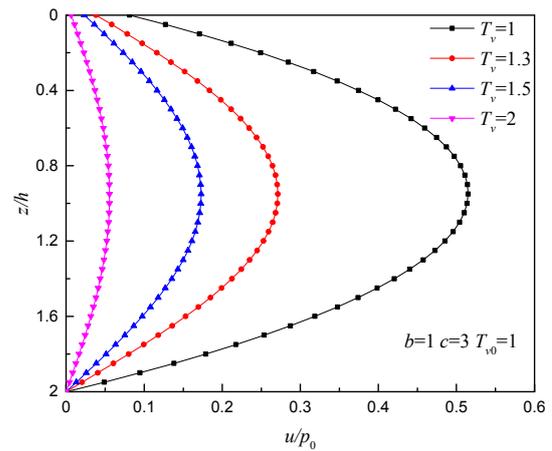


图6 恒载阶段 b, c 不相等时的孔压分布曲线

对于恒载阶段,当界面参数 b 和 c 相等时,如图 5 所示,上下土层表现出来的透水性一样,因此得到的曲线是关于 $z=h$ 对称的。随着时间因数的逐步变大,排水面和土体内部一样孔压逐步得到消散,而不是像 Schiffman 解^[6]那样在排水面重合于孔压零点(孔压均消散为0)。

对于恒载阶段,当界面参数 b 和 c 不相等时,如取 $b=1, c=3$,从图 6 可以看出,下半层土的曲线要明显陡于上半层土,说明下底面的排水速度要比上半层土快。用 Terzaghi 给出的单面排水边界条件计算出的结果无法很客观地推广到双面透水性不同的情形中,其得出的曲线总是关于深度 $z=h$ 处对称的,即认为上下 2 个面的透水性相同。

3.3 加载速率对孔压的影响

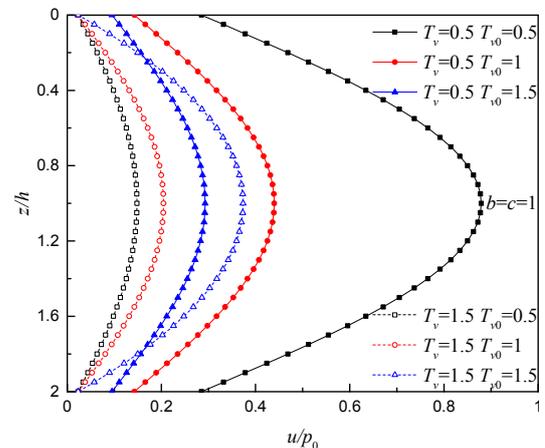


图7 加载速率对孔压分布曲线的影响

如图 7 所示,在控制土体其他参数不变的情况下,分析变荷载下加载速率对孔压的影响。 T_{v0} 越小表示加载到恒荷载的时间越短,也就表明加载速率越快。从图中可以看出,加载速率越快时,其加载阶段的孔压值越大,这是由于加载速率快时,孔压消散的时间短,孔压未充分消散,从而孔压值更大。而在恒载阶段,加载速率大时,同一时间因数下孔压值越小,这是由于荷载快速加载完后,恒载下孔压消散的时间越长,从而孔压值越小。

4 固结度分析

按平均孔压定义的地基总固结度为:

$$U_p = \frac{\int_0^{2h} (p(t) - u) dz}{2hp_0} \tag{27}$$

因此, 可得加载阶段固结度为:

$$\begin{aligned} U_p &= \frac{\int_0^{2h} (p(t) - u) dz}{2hp_0} = \frac{p(t)}{p_0} - \frac{\int_0^{2h} u dz}{2hp_0} \\ &= \frac{T_v}{T_{v0}} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1 - (-1)^n)[(bt - 1)e^{-bt} + e^{-Dt}]}{(n\pi)^2 (D - b)t_0} \\ &\quad - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1 - (-1)^n)[(ct - 1)e^{-ct} + e^{-Dt}]}{(n\pi)^2 (D - c)t_0} \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2b(1 - (-1)^n)(e^{-bt} - e^{-Dt})}{(n\pi)^2 (D - b)^2 t_0} \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2c(1 - (-1)^n)(e^{-ct} - e^{-Dt})}{(n\pi)^2 (D - c)^2 t_0} \\ &\quad - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(1 - (-1)^n)(1 - e^{-Dt})}{(n\pi)^2 Dt_0} \\ &\quad - \frac{te^{-bt}}{2t_0} - \frac{te^{-ct}}{2t_0} \end{aligned} \tag{28}$$

进一步, 可得竣工期的固结度为:

$$\begin{aligned} U_p &= \frac{\int_0^{2h} (p_0 - u) dz}{2hp_0} = 1 - \frac{\int_0^{2h} u dz}{2hp_0} \\ &= 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1 - (-1)^n)be^{-bt}}{(n\pi)^2 (D - b)} \\ &\quad - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1 - (-1)^n)ce^{-ct}}{(n\pi)^2 (D - c)} \\ &\quad - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1 - (-1)^n)A_n e^{-Dt}}{(n\pi)^2} \\ &\quad - \frac{e^{-bt}}{2} - \frac{e^{-ct}}{2} \end{aligned} \tag{29}$$

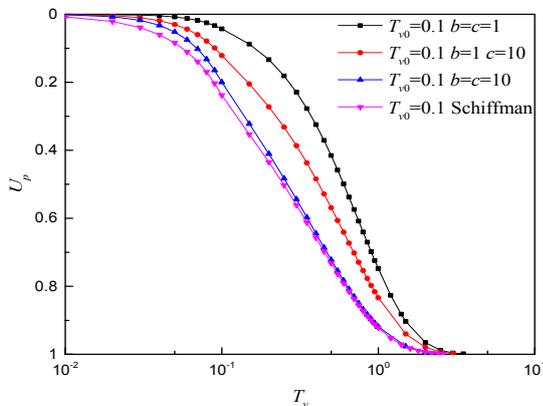


图8 b、c 值对土体固结度的影响

如图8反映了恒荷载下界面参数 b、c 值对固结度的影响。对比连续排水边界条件得到的固结度与 Schiffman 解^[6]得到的固结度可以看出: 当界面参数 b、c 取值越大时, 透水性越大, 孔压消散越快, 其结果越来越接近与经典 Terzaghi 排水边界的固结度; 反之, 当界面参数 b、c 取值越小时, 透水性越小, 孔压消散越慢, 其结果越来越偏离经典 Terzaghi 排水边界得出的固结度与连续排水边界得出的固结度有较大差别, 当时间因数较大到一定程度时, 两者相差相对要小些。从图8还可以看出, Terzaghi 排水边界的固结初期较快, 而连续排水边界后期固结更快, 当界面参数 b、c 取大值时, 固结后期与 Terzaghi 排水边界得到的固结曲线基本重合。这说明, 对于实际工程而言, 当排水边界界面参考连续排水边界模型进行设计时, 虽然固结初期排水较慢, 但却能使整个土层固结更加充分, 不会导致上部土层固结后导致下部土层排水变慢甚至难以排出水的情况, 同时采用连续排水边界模型进行设计时, 最终固结时间基本不受影响。采用连续排水边界模型进行实际排水边界设计时不需要对界面进行完全排水处理, 总体经济性明显要优于 Terzaghi 排水边界的设计方案。

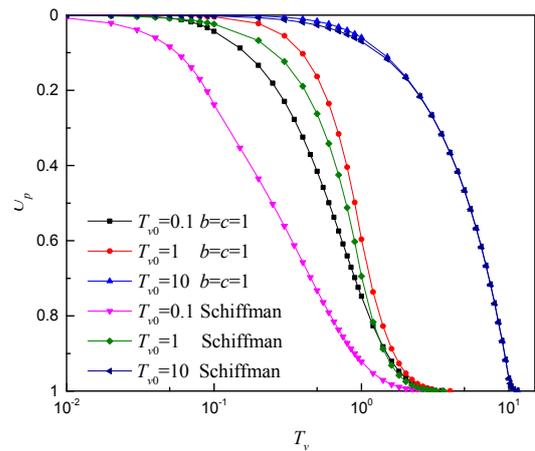


图9 变荷载加载速率对固结度的影响

如图9所示, 在控制其他土体参数不变的情况下, 分析了加载速率对固结度的影响。T_{v0} 越小, 表示加载速率越快。从图9可以看出, 加载速率越快对应的土层固结也更快。加载速率快时, 前期固结更快, 后期固结变慢; 加载速率慢时, 前期固结慢, 后期固结更快。连续排水边界条件下, 当固结度等于80%时, T_{v0} 等于0.1对应的 T_v 约为1.1, T_{v0} 等于1对应的 T_v 约为1.3, T_{v0} 等于10对应的 T_v 约为8.4; Terzaghi 排水边界条件下, 当固结度等于80%时, T_{v0} 等于0.1对应的 T_v 约为0.63, T_{v0} 等于1对应的 T_v 约为1.2, T_{v0} 等于10对应的 T_v 约为8.4。可以看出加载速率快时, 连续排水边界条件得到的解与 Schiffman^[6]基于 Terzaghi 排水边界得到的解差别较大; 加载速率慢到一定程度时, 两者固结曲线几乎重合。

5 主要结论

5.1 连续排水边界条件能严格满足其初始条件, 并且退化结果表明方程是适定的, 所得解是连续的, 具有明确的物理意义。基于连续排水边界条件的解析解可以通过调整界面参数 b 和 c 的值来近似模拟不同土体的透水性, 这是经典 Terzaghi 固结理论不可能实现的。在取相同时间因数时, 连续排水边界条件下得出的孔压始终大于 Terzaghi 排水边界得出的孔压, 说明 Terzaghi 排水边界条件下得出的土体排水速度过快。

5.2 外荷载的加载分为两个过程: 加载阶段 ($t < t_0$) 以及恒载阶段 ($t > t_0$), 两个时期的固结方程有所差异。在加载阶段, 超静孔隙水压力在界面参数 b 和 c 及时间因数一定时, 孔压随加载速率增大而增大; 在恒载阶段, 时间因数一定时, 孔压随加载速率增大而减小; 若退化界面参数 b 、 c 趋于无穷时, 此时本文解的方程与 Terzaghi 排水边界下得到的方程一致。

5.3 在恒载阶段, 外荷载为恒定值, 在界面参数 b 和 c 为一定值时, 随着时间的增大, 超静孔隙水压力随之减小, 处于消散状态。

5.4 Terzaghi 排水边界的固结初期较快, 而连续排水边界后期固结更快, 当界面参数 b 、 c 取大值时, 固结后期与 Terzaghi 排水边界得到的固结曲线基本重合。

[参考文献]

[1] 赵维炳. 广义 Voigt 模型模拟的饱水土体一维固结理论及其应用[J]. 岩土工程学报, 1989, 11(5): 78-85.

[2] 蔡袁强, 梁旭, 郑灶锋, 等. 半透水边界的粘弹性土层在

循环荷载下的一维固结[J]. 土木工程学报, 2003, 36(8): 86-90.

[3] 李西斌, 谢康和, 王奎华, 等. 双面半透水边界饱和土层在循环荷载作用下一维粘弹性固结解析解[J]. 工程力学, 2004, 21(5): 103-108.

[4] 李传勋, 谢康和. 考虑非达西渗流和变荷载影响的软土大变形固结分析[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(6): 1002-1009.

[5] 关山海, 谢康和, 胡安峰. 低循环荷载下地基一维固结性状分析[J]. 岩土力学, 2003, 24(5): 849-853.

[6] 史基佛曼. 变荷载作用下渗透特性可变的土体固结理论[J]. 美国公路研究委员会研究报告, 1958, 37(06): 584-617.

[7] 谢康和. 层状土半透水边界一维固结分析[J]. 浙江大学学报(自然科学版), 1996, 30(5): 567-575.

[8] 王奎华, 谢康和, 曾国熙. 双面半透水边界的一维粘弹性固结理论[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(2): 34-36.

[9] 梅国雄, 夏君, 梅岭. 基于不对称连续排水边界的太沙基一维固结方程及其解答[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(1): 28-31.

[10] 宗梦繁, 吴文兵, 梅国雄, 等. 连续排水边界条件下土体一维非线性固结解析解[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(12): 2829-2838.

通讯作者:

吴文兵(1988-), 男, 江西鄱阳人, 汉族, 博士研究生, 从事桩土静动力相互作用、固结理论的研究。

基金项目:

国家自然科学基金项目(No.51578164, 51678547, 51878634, 51878185), 广西防灾减灾与工程安全重点实验室开放基金(2016ZDK015)。